

砂土地基的黏性特性及其有限元模拟

彭芳乐^{1,2}, 史文政¹, 谭 轲¹

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

摘 要: 采用非线性弹塑黏性有限元法模拟了砂土地基变速率加载室内试验, 再现了砂土地基荷载-沉降曲线对加载速率突变、砂土蠕变以及应力松弛等加载情况下的响应和瞬时黏性中砂土黏性随加载进行的衰减现象。在有限元分析中, 以非线性三要素模型为理论框架构建了可以综合考虑砂土黏性特性的弹塑黏性本构模型, 用动态松弛法进行有限元求解, 最后通过有限元与室内试验的对比分析研究了砂土地基所具有的黏性特性, 同时验证了非线性三要素弹塑黏性模型用于模拟砂土黏性特征的合理性和正确性。

关 键 词: 砂土地基; 有限元模拟; 加载速率; 瞬时黏性; 蠕变; 应力松弛

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2015)增2-0648-07

Viscous properties of sandy foundation and its finite element simulation

PENG Fang-le^{1,2}, SHI Wen-zheng¹, TAN Ke¹

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: It is shown that sand has significant viscous properties related to loading rate. The stress-strain curve will jump abruptly upon a sudden change in strain rate. This strain rate effect will gradually fade as loading progresses. The TESRA (Temporary Effects of Strain Rate and its Acceleration) model which highlights the strain rate as the core variable rather than the conventional time variable is used to consider the viscous properties of sand. The dynamic relaxation-finite element method (DR-FEM), which has a high reputation in solving highly nonlinear geotechnical boundary value problems, is chosen as the numerical method. Return mapping method is used for stress update during the calculation. The laboratory tests on sandy foundation under variable loading rates were then simulated numerically by the nonlinear finite element method. The simulated results reproduced reasonably the load-settlement relations under loading conditions such as the changes of loading rate, creep and stress relaxation; and it also performed the decaying of viscosity as the loading progressed. Comparisons are made between test and simulated results to present the viscous properties of sandy foundation. The results also validated the rationality of the proposed nonlinear three-component visco-elastoplastic model for sand.

Keywords: sandy foundation; finite element simulation; loading rate; temporary viscosity; creep; stress relaxation

1 引 言

岩土材料黏性的研究一般集中于应力-应变关系与时间的关系, 主要包括加载速率、蠕变、应力松弛等因素对应力-应变关系的影响。砂土是岩土工程中常见的一类土体, 其黏性特征不容忽视, 各国学者针对砂土的黏性特性已经进行了一定的相关研究。为了研究加载速率变化对砂土应力-应变特性的影响, Casagrande 等^[1]最早进行了一系列变速率

加载试验, 研究了砂土强度在变速率加载时的变化规律。Hagin 等^[2]对美国 Wilmington 砂进行了一系列的三轴压缩试验, 研究了砂土的黏性特性, 发现砂土的黏性与轴向应变速率密切相关, 与 Santucci^[3]对意大利 Metramo 砂的研究结果相一致。为了研究砂土在应变变速率加载下的特性, Tatsuoka 领导的课题组进行了广泛的试验研究, 其中 Yasin^[4]使用日本丰浦 (Toyoura) 砂进行了多组恒定加载速率试验, 试验中最大应变速率为最小应变速率的十几倍, 试

验发现最终获得的应力-应变曲线差异很小, 恒定加载速率几乎不影响砂土的应力-应变关系。Lade 等^[5-6]也通过一系列排水三轴压缩试验验证了砂土的这种特性。Matsushita 等^[7]对法国 Hostun 砂、Ishihara^[8]对日本 Toyoura 砂分别进行了一系列的平面应变压缩试验 (饱和砂土的完全排水试验和风干砂土的试验), 加载历程包括恒定应变速率加载、变应变速率加载、蠕变和应力松弛等, 得出当加载过程中应变速率发生变化时应力-应变曲线会偏离恒定应变速率加载时的曲线, 呈现出刚性较高、近似弹性的行为特性, 当随着加载的进一步进行, 应力-应变曲线又会逐渐回归到恒定加载时的曲线上。砂土的这种特殊的黏性特性称之为瞬时黏性 (temporary effects of strain rate and acceleration, TESRA), 即应变速率突变对砂土应力-应变特性的影响是瞬时的, 随着加载的进一步进行, 这种影响会逐渐消失。Benedetto 等^[9]根据上述试验结果, 提出了针对砂土的三要素弹塑黏性本构模型, 模型的黏性部分能够考虑试验中观察到的砂土的变加载速率、蠕变、应力松弛等黏性效应。Tatsuoka 等^[10]、Duttine 等^[11]对三要素的弹塑性模型不断地改进, 并在有限元程序中模拟平面应变压缩试验对模型进行了验证, 为砂土的黏性特性数值模拟提供了重要基础。

砂土地基的承载变形特性是岩土工程中的一个重要问题, 由于以往对砂土材料的黏性特性认识的不足和在工程中的忽视, 大多数的研究是有关地基承载力、破坏模式以及尺寸效应等方面, 对砂土地基的黏性特性研究甚少。本研究利用上述的砂土三要素本构模型, 通过有限元方法对砂土地基变速率加载的室内试验进行数值模拟, 将有限元结果与试验结果进行对比, 研究砂土地基所具有的黏性特性。

2 砂土的弹塑黏性本构模型

为了准确地描述砂土所表现出的黏性特征, 本文采用 Tatsuoka 等^[10]提出的砂土三要素弹塑黏性本构模型。三要素模型^[10-11]含有 3 个分量, 分别为亚弹性分量 E 、塑性分量 P 和黏性分量 V 。塑性分量 P 与黏性分量 V 进行并联后, 整体与亚弹性分量 E 串联组成三要素模型, 如图 1 所示。由各分量之间的关系可得

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^{ir} \quad (1)$$

$$\sigma = \sigma^f + \sigma^v \quad (2)$$

式中: $\dot{\varepsilon}$ 、 $\dot{\varepsilon}^e$ 、 $\dot{\varepsilon}^{ir}$ 分别为总应变率、弹性应变率和

不可恢复应变率; σ 、 σ^f 、 σ^v 分别为总应力、无黏性应力和黏性应力。

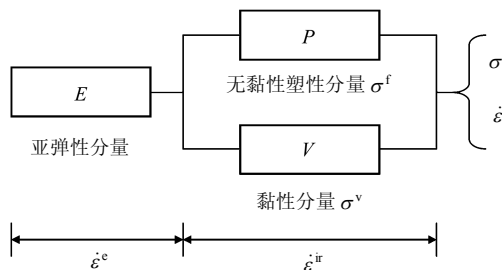


图 1 三要素弹塑黏性模型基本框架
Fig.1 Framework for three-component model

2.1 弹性分量 E —横观各向同性亚弹性模型

对砂土弹性特性的研究表明, 由于在自重或压密下形成具有竖向层状的结构, 砂土通常表现出固各向异性性质。砂土的轴向 (或竖向) 弹性模量 E_v 是轴向应力 σ_v 的惟一函数, 而侧向 (或水平向) 弹性模量 E_h 也仅与侧向应力 σ_h 有关。应力水平越高, 则砂土的各向异性越明显。Hoque 等^[12]根据大量砂土三轴试验的结果认为, 砂土的杨氏弹性模量为当前主应力的函数, 泊松比为主应力比的函数, 考虑了固有各向异性以及应力水平的影响, 提出了横观各向同性的亚弹性模型。本研究中的弹性分量 E 即采用横观各向同性的亚弹性模型。

2.2 塑性分量—砂土的能量模型

由砂土的黏性特征可知, 当保持恒定的加载速率时所获得的应力-应变关系与加载速率的大小无关, 可以认为在恒定加载速率下产生的应力为无黏性应力 σ^f 。总应变减去可恢复的弹性应变, 得到的即为不可恢复应变 ε^{ir} 。三要素模型中的无黏性塑性分量 P 描述的就是无黏性应力 σ^f 与不可恢复应变 ε^{ir} 之间的关系。Peng 等^[13-14]针对 Toyoura 砂的强度和变形特性, 将修正不可恢复应变能作为与应力路径无关的硬化参数, 采用非关联流动法则, 提出了砂土的能量模型。该模型考虑了砂土本构关系的应力路径效应、强度的各向异性、应力水平、孔隙比等因素对应力-应变关系的影响, 并可以较好地考虑剪胀、应变局部化引起剪切带等特性。本文中选用能量模型作为三要素模型中无黏性塑性分量 P 。

2.3 黏性分量

黏性分量 V 反映砂土的黏性特征, 表现为前文中所提到的砂土的加载速率效应、蠕变和应力松弛, 黏性分量中用黏性应力 σ^v 来描述加载时砂土的黏性响应。与普通的黏性 (流变) 模型不同的时, 本文中的黏性模型并未采用时间 t , 而选择了不可

恢复应变速率 $\dot{\varepsilon}^{ir}$ 作为内蕴变量。这是由于在实际的黏性（流变）分析中时间的起点较难确定，采用内蕴变量 $\dot{\varepsilon}^{ir}$ 则使这个问题迎刃而解。

根据各种试验中所观察到的现象，对于不同的岩土材料，存在着不同类型的黏性特性，可以采用统一的方法分别描述两种黏性效应。

(1) 等速黏性模型

如图 2 所示，当应变速率发生突然变化时材料的应力-应变曲线也响应突变，且突变后应力-应变关系始终保持突变后的趋势，直至下一次应变速率的变化改变应力-应变曲线。这种黏性特性称为等速黏性。等速黏性常见于诸如黏土、沉积软岩和某些土工合成加筋材料^[15-17]。

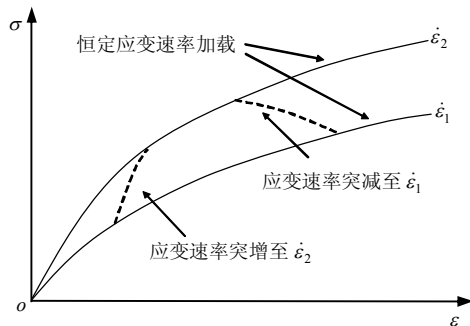


图 2 等速黏性示意图
Fig.2 Sketch of isotach viscosity

对单调加载情形，等速黏性应力 σ_{iso}^v 为不可恢复应变 ε^{ir} 及其速率 $\dot{\varepsilon}^{ir}$ 的函数，且与无黏性应力 σ^f 成比例关系：

$$\sigma^v = \sigma_{iso}^v(\varepsilon^{ir}, \dot{\varepsilon}^{ir}) = \sigma^f(\varepsilon^{ir}) g_v(\dot{\varepsilon}^{ir}) \quad (3)$$

式中： $g_v(\dot{\varepsilon}^{ir})$ 为黏性函数，可假设为以下形式：

$$g_v(\dot{\varepsilon}^{ir}) = \alpha \left\{ 1 - \exp \left[1 - \left(\frac{|\dot{\varepsilon}^{ir}|}{\dot{\varepsilon}_r^{ir}} + 1 \right)^m \right] \right\} \quad (4)$$

式中： α 、 m 、 $\dot{\varepsilon}_r^{ir}$ 均为正值的材料参数，通过拟合试验结果确定。

式(4)满足以下条件：① 对任意 $\dot{\varepsilon}^{ir}$ 值， $g_v(\dot{\varepsilon}^{ir})$ 为非负；② 若 $\dot{\varepsilon}^{ir} = 0$ ， $g_v(\dot{\varepsilon}^{ir}) = 0$ ，且 $\partial g_v(\dot{\varepsilon}^{ir}) / \partial \dot{\varepsilon}^{ir}$ 等于一个有限值 $\alpha m / \dot{\varepsilon}_r^{ir}$ 。这一性质保证了从静止状态（ $\dot{\varepsilon}^{ir} = 0$ ）开始加载时数值模拟曲线的光滑性；③ 若 $\dot{\varepsilon}^{ir} \rightarrow \infty$ ，则 $g_v(\dot{\varepsilon}^{ir}) \rightarrow \alpha$ ，表明材料呈现出弹塑性行为。

由三要素模型的框架，联立式(2)和式(3)可得总应力：

$$\sigma = \sigma^f(\varepsilon^{ir}) [1 + g_v(\dot{\varepsilon}^{ir})] \quad (5)$$

(2) 瞬时黏性模型 (TESRA)

由文献[7-8]中试验结果可知，在砂土的平面应变压缩试验中，当加载应变速率突然增大或由蠕变或应力松弛阶段重新进入正常加载时，应力-应变曲线会出现刚度较大的陡增，呈现出“超射”（overshooting）现象。反之，当加载应变速率突然减小时，应力-应变曲线出现陡降，称为“低射”（undershooting）。这两种黏性响应最终会随着加载的继续进行逐渐消散，应力-应变曲线最终回归恒定速率单调加载时所得到的几乎惟一的关系，如图 3 所示。需要指出的是，这些试验中加载速率很低，试样处于完全排水状态，而且对风干砂土的相同试验可以观察到相同的黏性特性，也说明这种瞬时黏性是砂土材料本身的黏性响应。

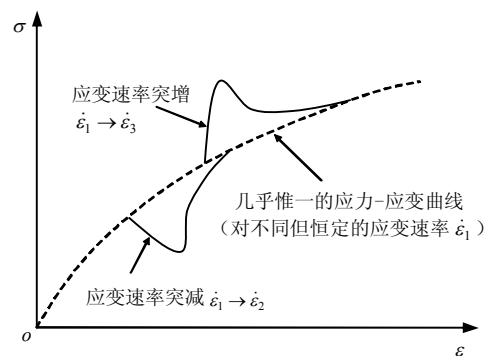


图 3 瞬时黏性 (TESRA) 示意图
Fig.3 Sketch of TESRA viscosity

由章节 2.3 描述的等速黏性模型的构架可知，其应力-应变关系仅仅受到最近加载历史的影响，无法反映砂土黏性的瞬时性，即黏性逐渐衰减、应力-应变曲线逐渐回归这一砂土特有的性质。因此，有必要在三要素模型的框架中对等速黏性模型的表达式作出合理的修正，使其可以考虑砂土黏性的瞬时性和衰减性。在式(3)的基础上，引入衰减函数可得

$$\sigma^v = \sigma_{TESRA}^v = \int_{\tau=\varepsilon_1^{ir}}^{\varepsilon^{ir}} [d\sigma_{iso}^v]_{(\tau)} g_{decay}(\varepsilon^{ir} - \tau) \quad (6)$$

式中： ε_1^{ir} 为加载初始时的不可恢复应变； τ 为积分变量； $g_{decay}(\varepsilon^{ir} - \tau)$ 为衰减函数，定义如下：

$$g_{decay}(\varepsilon^{ir} - \tau) = r_1^{(\varepsilon^{ir} - \tau)} \quad (7)$$

式中： r_1 为黏性衰减常数，且 $0 < r_1 < 1$ ，表明黏性效应随着加载进行而呈指数衰减，还表明黏性的衰减速率不随加载的发展而发生变化。当 $r_1 = 1.0$ 时，即

为等速黏性的情况。根据式 (3)、(7)，将式 (6) 进一步展开，可得

$$\begin{aligned} \sigma^v &= \int_{\tau=\varepsilon_1^{ir}}^{\varepsilon^{ir}} [d\sigma_{iso}^v]_{(\tau)} g_{decay}(\varepsilon^{ir} - \tau) = \\ &= \int_{\tau=\varepsilon_1^{ir}}^{\varepsilon^{ir}} \{d[\sigma^f g_v(\dot{\varepsilon}^{ir})]\}_{(\tau)} g_{decay}(\varepsilon^{ir} - \tau) = \\ &= \int_{\tau=\varepsilon_1^{ir}}^{\varepsilon^{ir}} \left[\left(\frac{\partial \sigma^f}{\partial \varepsilon^{ir}} \right) g_v(\dot{\varepsilon}^{ir}) + \sigma^f \left(\frac{\partial g_v(\dot{\varepsilon}^{ir})}{\partial \dot{\varepsilon}^{ir}} \right) \frac{\ddot{\varepsilon}^{ir}}{\dot{\varepsilon}^{ir}} \right]_{(\tau)} \cdot \\ &= r_1^{(\varepsilon^{ir}-\tau)} d\tau, \quad (\sigma^v \geq 0 \text{ 或 } \sigma^v \leq 0) \end{aligned} \quad (8)$$

式中：\$(\partial \sigma^f / \partial \varepsilon^{ir}) g_v(\dot{\varepsilon}^{ir}) d\tau\$ 为在恒定不可恢复应变速率 \$\dot{\varepsilon}^{ir}\$ 加载时不可恢复应变增量 \$d\varepsilon^{ir}\$ 引起的黏性应力增量（即不可恢复应变速率的影响）；\$\sigma^f (\partial g_v(\dot{\varepsilon}^{ir}) / \partial \dot{\varepsilon}^{ir}) (\ddot{\varepsilon}^{ir} / \dot{\varepsilon}^{ir}) d\tau\$ 为在某一不可恢复应变 \$\varepsilon^{ir}\$ 时不可恢复应变速率增量 \$d\dot{\varepsilon}^{ir}\$ 引起的黏性应力增量（即不可恢复应变加速度的影响）。需要注意，衰减函数中 \$r_1\$ 为恒定值，表明黏性效应随着不可恢复应变的增加按指数规律保持一定的速率衰减，这一点符合砂土试验中所观察到的现象。

2.4 模型参数

本文中的室内试验和有限元研究是针对日本 Toyoura 砂进行的，其在上述本构模型中的参数是由一系列相应的高精度平面应变试验得到的。Toyouira 砂的弹塑性本构模型曲线如图 4 所示。图中，\$X^f = t^f / s^f + r \ln(s^f / p_a)\$；\$Y = W^{ir} / p_a\$。曲线分为硬化阶段、峰值阶段和软化阶段三部分，具体的参数及其意义已在相关文献[12—13]中给出，此处不再介绍。本构模型中的黏性部分即采用瞬时黏性模型，具体参数见表 1。

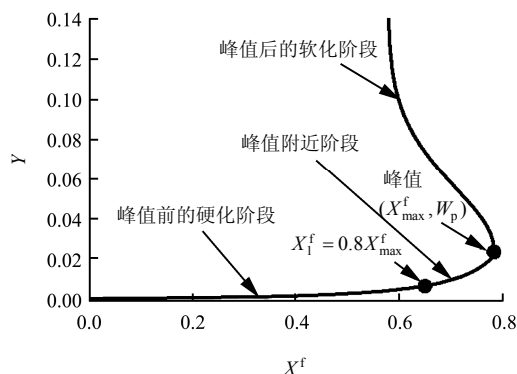


图 4 Toyoura 砂的加工硬化和软化函数

Fig.4 Hardening and softening functions for Toyoura sand

表 1 TESRA 模型的计算参数
Table 1 Parameters of TESRA model

黏性参数			衰减参数
α	m	$\dot{\varepsilon}_1^{ir} / (\% / s)$	r_1
0.23	0.045	1.0×10^{-6}	0.05

3 砂土地基变速率加载试验及有限元模拟

3.1 砂土地基模型试验

为了探求砂土黏性特性对砂土地基的影响，Hirakawa^[18]利用风干的 Toyoura 砂，在平面应变条件下进行了砂土地基的变加载速率加载试验，即在砂土地基达到承载力峰值前，采用控制位移速率的加载方式，改变位移速率的大小，实现变速率加载，并进行了蠕变和应力松弛加载，分析地基荷载-沉降在复杂加载条件下的响应。试验中使风干 Toyoura 砂均匀地自由下落进钢槽并压实后形成砂土地基，采用尺寸为 180 cm×65 cm×40 cm 的土体模拟地基，地基上放置长 \$L = 39.5\$ cm，宽 \$B = 10\$ cm 的刚性基础。在钢槽内壁均匀地涂抹硅脂润滑剂，以求最大限度地消除土体和槽壁间摩擦力对试验结果的影响，Hirakawa 试验模型如图 5 所示。

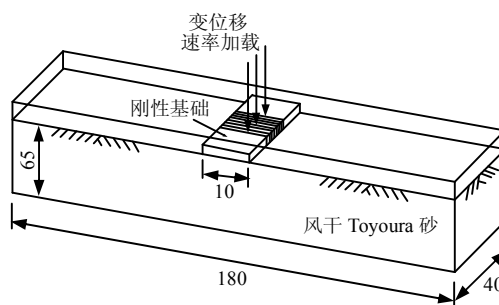


图 5 变速率砂土地基试验装置 (单位: cm)

Fig.5 Layout of variable loading rate test on sandy foundation(unit: cm)

本次模型试验中，砂土的重度平均值 \$\gamma_d = 16.0\$ kN/m³，孔隙比 \$e_0 = 0.648\$，水平压力系数 \$K_0 = 0.34\$。荷载的加载方式采用控制位移速率方式加载，刚性基础将均布沉降荷载施加土体，直至加载至砂土地基的残余强度阶段，加载速率的变化情况见表 2。地基和地表位移通过激光位移计进行精确测量，并通过压力传感器获得与地基相邻的基底土体垂直方向的平均应力值 \$q\$，将无量纲化的 \$N = 2q / \gamma_d B\$ 作为

表 2 变速率地基承载力试验的加载位移速率历程
Table 2 Loading history for variable loading rate test on sandy foundation

加载阶段	加载速率/(mm/min)
b-c, d-e, h-i, n-o	4.72×10^{-3}
a-b, e-f, g-h, j-k, l-m, o-p, q-r	4.72×10^{-2}
c-d, i-j, m-n	4.72×10^{-1}
k-l	应力松弛 (2 h)
f-g, p-q	蠕变 (4 h)
q-r	5.03×10^{-2}

地基承载力因子, 实测地基承载力因子 N 与相对沉降 S/B (S 为地基基础的沉降量) 之间的关系, 用于描述均布位移荷载下地基的黏性特征。

图 6、7 分别为砂土地基试验实测的无量纲化的荷载-沉降曲线及局部放大图。图中, $B = 10 \text{ cm}$, $N = 2q/\gamma_d B$ 。从图中可以看出, 砂土地基的荷载-沉降曲线也出现了平面应变压缩试验中所观察到的“超射”和“低射”现象, 即当加载应变速率突然增大或由蠕变或应力松弛阶段重新进入正常加载时, 应力-应变曲线会出现刚度较大的陡增(超射)。反之, 当加载应变速率突然减小时, 应力-应变曲线出现陡降(低射)。但是随着加载的进行, 不论是陡增或陡降都会逐渐消散, 恢复到恒定的应力-应变曲线上。试验中的 $f-g$ 、 $p-q$ 和 $k-l$ 阶段曲线分别为蠕变和应力松弛阶段所对应的曲线, 也反映了砂土地基的承载变形特性具有明显的黏性特性。

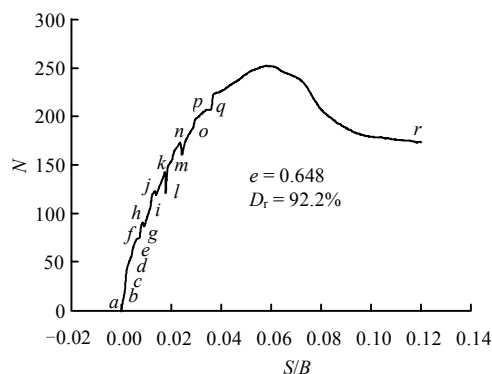


图 6 变速率砂土地基试验实测的归一化荷载-沉降曲线

Fig.6 Measured normalized load-settlement curves for variable loading rate test on sandy foundation

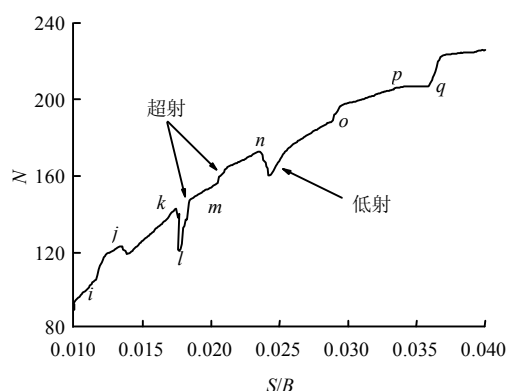


图 7 变速率砂土地基试验实测的归一化的荷载-沉降曲线(局部放大)

Fig.7 Measured normalized load-settlement curves for variable loading rate test on sandy foundation (local zoom-in)

3.2 有限元计算方法

本文有限元模拟所采用的软件为由本研究小组开发的岩土工程高精度非线性有限元分析程序

GNA (Geotechnical Non-linear Analysis)。GNA 以动态松弛有限元求解方法为核心算法, 由于动态松弛法在求解有限元非线性方程时迭代过程无需形成整体刚度矩阵, 运算简单, 因此非常适合高度非线性的岩土材料(如砂土)各类边值问题的分析。将上述砂土三要素模型嵌入到有限元程序中就可以通过有限元建模来进行砂土地基的数值模拟。本构模型的嵌入主要是采用 C++ 程序实现本构方程的应力更新算法。对于三要素模型中无黏性弹塑性方程的积分, 采用了回归映射算法, 它是一种近似的一阶向后欧拉积分算法。在无黏性应力回映迭代的同时, 根据三要素模型中的速率相关的非线性黏性模型计算黏性应力, 进而求得总应力, 使之满足屈服条件。应力更新的具体步骤:

第 1 步: 计算试应变。

第 2 步: 根据三要素模型中弹性分量亚弹性模型计算弹性预测试应力。

第 3 步: 更新判断。若试应力小于更新屈服面对应的应力 σ_y , 根据亚弹性模型计算试应变, 返回第一步继续执行; 若试应力大于更新屈服面对应的应力 σ_y , 进入第 4 步进行回归映射应力更新以返回更新屈服面。

第 4 步: 弹塑黏性本构方程应力更新。

(1) 更新无黏性应力。通过回归映射法分别更新无黏性应力和硬化参数, 直至返回更新屈服面。

(2) 根据三要素模型中速率相关黏性模型 (TESRA 模型) 对黏性应力按如下顺序进行计算更新: ① 不可恢复应变速率 $\dot{\epsilon}^{\text{ir}}$ 。② 等速黏性应力 σ_{iso}^v 。③ 等速黏性应力增量 $\Delta\sigma_{\text{iso}}^v$ 。④ 瞬时黏性应力 σ_{TESRA}^v 。⑤ 黏性应力 σ^v 。

(3) 总应力 $\sigma = \sigma^f + \sigma^v$ 。

(4) 判断屈服条件。若不满足当前屈服面, 则返回 (1) 迭代直至满足为止。

3.3 有限元建模

本次针对上述砂土地基变速率加载试验进行有限元模拟。为了提高计算效率, 利用对称性取 1/2 物理模型的进行有限元模拟。有限元网格使用自由划分方式, 采用平面应变 4 节点四边形等参单元, 并控制关键点处的网格尺寸: 基础下相邻土体较小, 尺寸约为 $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$, 刚性地基也采用 $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ 网格; 而模型其余角点附近边界网格尺寸则逐渐增大, 其左下、右上、右下的网格尺寸约为 $6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ 、 $8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$ 、 $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ 。模型左右边界限制水平向位移, 下边界则约束竖向位移, 整个模型的网格划分见图 8。为了精确模拟砂土地基变速率加载试验,

有限元的加载分为 2 个步骤: (1) 在 K_0 条件下形成初始地应力场; (2) 模拟试验中的加载过程, 初始地应力场中垂直应力和水平应力分别为 $\sigma_{v0} = \gamma_d h$ 和 $\sigma_{h0} = K_0 \sigma_{v0}$, 其中 h 为相应单元高斯积分点距离顶面的深度。模型的加载主要采用位移速率控制加载, 将变化的位移速率加在刚性基础顶部节点上, 位移速率的大小与加载时间与试验过程完全一致 (见图 9)。蠕变加载时则采用荷载控制的方法, 在刚性基础顶部节点上施加试验中相应的节点力直至蠕变阶段结束。应力松弛加载时保持位移速率为 0 使位移不发生变化即可。

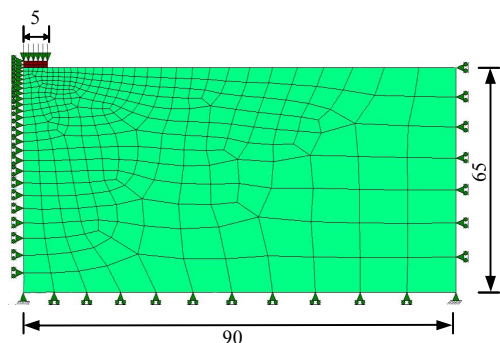


图 8 砂土地基有限元网格 (单位: cm)
Fig.8 FEM mesh for sandy foundation(unit: cm)

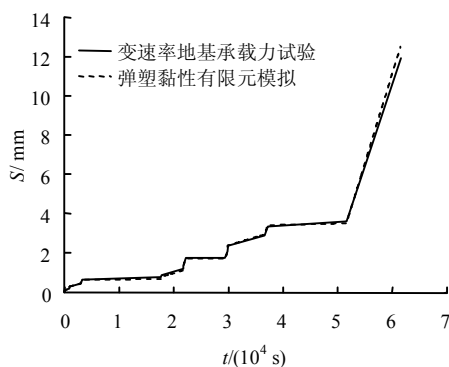


图 9 变速率砂土地基试验实测与有限元计算
地基沉降与时程曲线
Fig.9 Curve of FEM and measured foundation settlement
for variable loading rate test on sandy foundation

4 有限元与模型试验分析与讨论

采用非线性三要素弹塑黏性模型的有限元分析和试验实测的地基承载力因子 N 与相对沉降 S/B 曲线对比如图 10 所示, 其中基底压力 q 为基础正下方 5 个单元高斯积分点上的垂直应力的平均值。从图中可以看到, 有限元模拟很好地再现了变速率加载砂土地基承载力试验的总体趋势, 特别是峰前加载速率变化、蠕变和应力松弛情况下地基荷载-沉降曲线的变化规律。在峰值处和峰值后有限元的结果与试验结果出现了一定的差异, 有限元的承载力因子

峰值略高于试验结果, 在峰值后的软化阶段, 有限元结果出现了更快的下降趋势, 这说明在目前的本构模型中峰值前的参数已经比较准确, 而峰值阶段和峰值后的软化阶段本构模型的参数还需要进一步研究与校核。图 11 为图 10 中曲线的局部放大, 结合两个图可以看出, 当加载位移速率以 10 倍或 100 倍变化时, 荷载-沉降曲线上出现了试验中的所出现的超射和低射现象, 且这种黏性相应随着加载的进行而逐渐消散。 $f-g$ 、 $p-q$ 和 $k-l$ 阶段则分别成功模拟了试验中的蠕变和应力松弛现象。图 9 反映出有限元模型的加载过程是与试验中的位移加载完全一致的, 其细微的差别是由于蠕变阶段有限元结果计算的位移与实际试验位移有微小的差别而造成的。

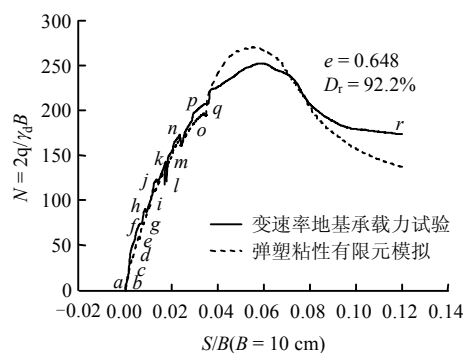


图 10 变速率砂土地基试验实测与有限元计算的
归一化的荷载-沉降曲线

Fig.10 Curves of FEM and measured normalized load-settlement for variable loading rate test on sandy foundation

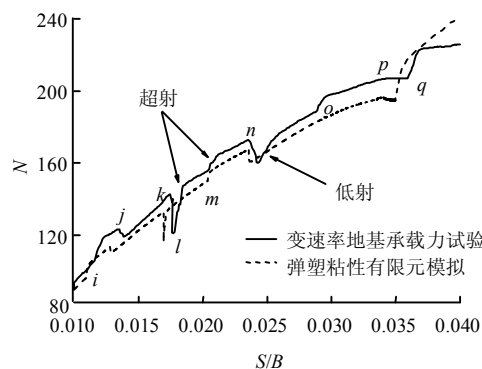


图 11 变速率砂土地基试验实测与有限元计算的归一化
的荷载-沉降曲线 (局部放大)

Fig.11 Curves of FEM and measured normalized load-settlement for variable loading rate test on sandy foundation (local zoom-in)

综上, 采用非线性三要素弹塑黏性模型的有限元模拟, 能够合理地反映模型试验中砂土地基的以下黏性特性: (1) 砂土地基的加载速率效应, 即加载位移速率发生突变时, 荷载-沉降曲线表现出近似弹性的大刚性效应——超射或低射, 这种大刚性的

超射现象在蠕变或应力松弛结束进入正常加载时也同时存在；(2) 瞬时黏性效应 (TESRA)，即加载速率变化所引起的荷载-沉降曲线超射或低射终随着加载的进行而逐渐回归恒定加速率下的荷载-沉降曲线，即砂土黏性应力的消散；(3) 砂土地基的蠕变和应力松弛效应。

5 结 论

(1) 用动态松弛法进行有限元求解，回归映射法进行应力更新，成功地在有限元程序中实现了砂土非线性三要素弹塑黏性本构模型。在砂土地基试验的模拟中，可以对其荷载-沉降曲线的硬化-峰值-软化 3 个阶段进行全面追踪，也说明了动态松弛法在解决高度非线性材料数值模拟方面的高效性。

(2) 对砂土地基在变速率加载条件下所呈现出的瞬时黏性特性进行了相当准确的模拟，模拟出应变速率发生突变时所出现的超射或低射现象以及砂土黏性应力的消散，同时也可对砂土地基的蠕变和应力松弛现象进行模拟，进一步验证了三要素模型在对砂土地基结构的模拟中的有效性。

本文中对砂土地基的黏性特性的研究仅是其在峰值前所表现出来的相关特性，而对于峰值后其黏性特性如何以及瞬时黏性是否适用，尚有待于进一步的研究。

致谢：室内试验是利用东京大学和东京理科大学龙冈文夫研究室的高精度试验装置而完成，部分试验数据系该研究室博（硕）士研究生提供，在此致谢。

参 考 文 献

- [1] CASAGRANDE A, SHANNON W L. Strength of soils under dynamic loads[J]. **Proceedings of the American Society of Civil Engineers**, 1948, 74(4): 591—632.
- [2] HAGIN O N, ZABACK M D. Viscous deformation of unconsolidated sands. part 1. Time-dependent deformation, frequency dispersion and attenuation[J]. **Geophysics**, 2004, 69(3): 731—741.
- [3] SANTUCCI de Magistris F, SATO T, KOSEKI J, et al. Effects of strain rate and ageing on small strain behavior of a compact silty sand[C]//Proceedings of the 2nd International Conference on Hard Soils and Soft Rocks. Rotterdam: Balkma, 1998: 843—851.
- [4] YASIN S J M. Strength and deformation characteristics of sands in plane strain shear tests[Ph. D]. Tokyo: The University of Tokyo, 2000.
- [5] LADE P V. Experimental study and analysis of creep and stress relaxation in granular materials[C]//Proceedings of Sessions of Geo-Denver 2007. Reston: ASCE, 2007.
- [6] LADE P V, LIGGIO J C D, NAM J. Strain rate, creep, and stress drop-creep experiments on crushed coral sand[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2009, 135(7): 941—953.
- [7] MATSUSHITA M, TATSUOKA F, KOSEKI J, et. al. Time effects on the pre-peak deformation properties of sands[C]//Proceedings of the 2nd International Conference on Pre-failure Deformation Characteristics of Geomaterials. Rotterdam: Balkema, 1999.
- [8] ISHIHARA M. Time dependent deformation characteristics of sand and its modeling[Master Thesis D]. Tokyo: The University of Tokyo, 2000.
- [9] DI BENEDETTO H, TATSUOKA F, ISHIHARA M. Time-dependent shear deformation characteristics of sand and their constitutive modeling[J]. **Soils and Foundations**, 2002, 42(2): 1—22.
- [10] TATSUOKA F, ISHIHARA M, DI BENEDETTO H, et al. Time-dependent shear deformation characteristics of geomaterials and their simulation[J]. **Soils and Foundations**, 2002, 42(2): 103—129.
- [11] DUTTINE A, TATSUOKA F, LEE J, et al. Viscous property of Toyoura sand over a wide range of shear deformation rate and its model simulation[J]. **Soils and Foundations**, 2009, 49(2): 231—247.
- [12] HOQUE E, TATSUOKA F. Anisotropy in the elastic deformation of granular materials[J]. **Soils and Foundations**, 1998, 38(1): 163—179.
- [13] PENG F L, SIDDIQUEE M S A, TATSUOKA F, et al. Strain energy-based elasto-viscoplastic constitutive modelling of sand for numerical simulation[J]. **Soils and Foundations**, 2009, 49(4): 611—629.
- [14] PENG F L. Constitutive modeling and finite element analysis of reinforced soils[Ph. D]. Tokyo: The University of Tokyo, 2000.
- [15] 李建中, 彭芳乐. 描述黏土黏塑性的新参数[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(5): 859—863.
LI Jian-zhong, PENG Fang-le. New parameter to describe viscoplastic property of clay[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(5): 859—863.
- [16] 李建中, 彭芳乐, 徐力生. 单轴试验条件下黏土的黏塑性与模拟计算[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(24): 4540—4544.
LI Jian-zhong, PENG Fang-le, XU Li-sheng. Viscoplastic properties of clay under uniaxial test and its simulative calculation[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2005, 24(24): 4540—4544.
- [17] 李福林, 彭芳乐, 李建中, 等. 土工合成加筋材料的黏塑特性研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2008, 35(11): 221—225.
LI Fu-lin, PENG Fang-le, LI Jian-zhong, et al. Study on the viscoplastic properties of geosynthetic reinforcement[J]. **Journal of Hunan University (Natural Sciences)**, 2008, 35(11): 221—225.
- [18] HIRAKAWA D. Study on residual deformation characteristics of geosynthetic-reinforced soil structures[Ph. D]. Tokyo: The University of Tokyo, 2003.